



NJ-1357

**B.Sc. (Part-III) Examination,
Mar.-Apr., 2023**

MATHEMATICS

Paper - III (B)

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों के उत्तर दीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any two parts from each question. All questions carry equal marks.

UNIT-I / इकाई-I

Q. 1. (a) Find the integer solutions of the equation :

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13, 0 \leq x_i \leq 5, i = 0 \text{ to } 5$$

(2)

समीकरण $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 13$, $0 \leq x_i \leq 5$,

$i = 0$ to 5 का पूर्णांक हल ज्ञात कीजिये।

(b) Construct a grammer for the language :

$$L = \{a^m b^n : m \neq n, m > n > 0\}$$

निम्न भाषा के लिए व्याकरण की रचना कीजिये :

$$L = \{a^m b^n : m \neq n, m > n > 0\}$$

(c) A has 3 shares in a lottery containing 3

prizes and 6 blanks, B has one share in a

lottery containing one prize and 2 blanks.

Compare their chances of success.

A के पास एक लाटरी में 3 शेयर हैं जिसमें 3 पुरस्कार

और 6 रिक्त हैं; B की लाटरी में एक हिस्सा है जिसमें

1 पुरस्कार और 2 रिक्त हैं। उनकी सफलता की

संभावनाओं की तुलना करें।

NJ-1357

(3)

UNIT-II / इकाई-II

Q. 2. (a) Show that dual of a lattice is a lattice

दिखाइये कि एक जालक का द्वैत जालक होता है।

(b) Let G be a simple graph with n vertices. If G

has k components, then the maximum

number of edges that G can have are

$$\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$$

माना G एक सरल ग्राफ है जिसमें n शीर्ष हैं। यदि G

में k घटक हैं तो G के भुजाओं की अधिकतम संख्या

हो सकती है :

$$\frac{(n-k)(n-k+1)}{2}$$

(c) Find the shortest path between A and Z in the

following weighted graph using Dijkstra's

Algorithm :

NJ-1357

P.T.O.

(5)

जनक फलन का उपयोग करके हल कीजिये :

$$3.2.1 + 4.3.2 + 5.4.3 + \dots + (r + 1) \cdot r \cdot (r - 1)$$

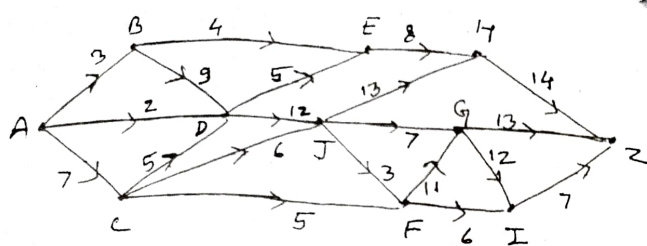
(r - 1)

(b) Construct a finite state machine M that recognizes the set of strings of 0s and 1s each of which starts with a 1 and ends with 010.

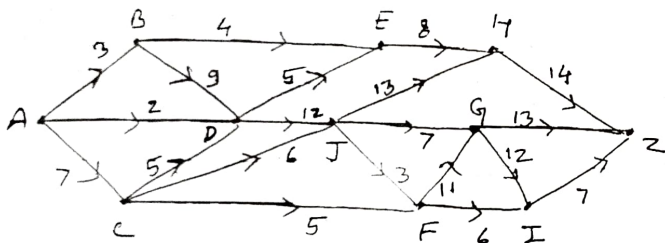
एक परिमित अवस्था मशीन M का निर्माण करें जो 0s और 1s के शब्दों के सेट को पहचानता है जिनमें से प्रत्येक 1 से शुरू होता है और 010 पर समाप्त होता है।

(c) State and prove pumping lemma.

पंपिंग लेम्मा को लिखिए और सिद्ध कीजिये।



डिजेक्स्ट्रा एल्गोरिथम का उपयोग करके निम्न भार ग्राफ की A से Z तक की लघुतम दूरी ज्ञात कीजिये।



UNIT-III / इकाई-III

Q. 3. (a) Using generating functions, evaluate the sum :
 $3.2.1 + 4.3.2 + 5.4.3 + \dots + (r + 1) \cdot r \cdot (r - 1)$

(6)

UNIT-IV / इकाई-IV

- Q. 4. (a) Find the particular solution of the following difference equation :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2^r + r$$

निम्नलिखित अंतर समीकरण का विशेष हल ज्ञात कीजिए :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2^r + r$$

- (b) Show that the set of cube roots of unity is an abelian group with respect to multiplication.
दिखाएँ कि इकाई के घनमूलों का समुच्चय गुणन के सापेक्ष एक आबेली समूह है।
- (c) Solve by the method of generating function the recurrence relation :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2, r \geq 2$$

with the b.c. $a_0 = 1$ and $a_1 = 2$

(7)

जनक फलन विधि से हल करें :

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 2, r \geq 2$$

b.c. $a_0 = 1$ तथा $a_1 = 2$

UNIT-V / इकाई-V

- Q. 5. (a) Prove that a lattice (L, \leq) is distributive iff :

$$(a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge (c \vee a) = (a \wedge b) \vee (b \wedge c) \vee (c \wedge a) \quad \forall a, b, c \in L$$

$$(c \wedge a) \quad \forall a, b, c \in L$$

सिद्ध कीजिए कि एक जालक (L, \leq) वितरणात्मक होती है यदि और केवल यदि :

$$(a \vee b) \wedge (b \vee c) \wedge (c \vee a) = (a \wedge b) \vee (b \wedge c) \vee (c \wedge a) \quad \forall a, b, c \in L$$

$$(c \wedge a) \quad \forall a, b, c \in L$$

- (b) Design a 4-terminal circuit which gives real form to the following three functions :

$$f = a(b + cd)(x + y), \quad g = a(bc + cd),$$

$$h = a(bc' + b'cd)$$

(8)

एक 4-टर्मिनल सर्किट डिजाइन करें जो निम्नलिखित
तीन कार्यों को वास्तविक रूप देता है :

$$f = a(b + cd)(x + y), g = a(bc + cd),$$

$$h = a(bc' + b'cd)$$

(c) Replace the boolean function :

$r \cdot t + [s \cdot (s' + t) \cdot \{r' + (s \cdot t)\}]$ by simple one by
creating switching circuit.

स्विचिंग सर्किट का निर्माण करते हुये बूलीय फलन

$r \cdot t + [s \cdot (s' + t) \cdot \{r' + (s \cdot t)\}]$ को सरलीकृत में
बदलें।